

УДК 621.771.01

Сатонин А. В.  
Иванов А. А.  
Чуруканов А. С.  
Горецкий Ю. В.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ БЕСКАЛИБРОВОЙ ПРОКАТКЕ

Основной технологической особенностью процесса бескалибровой прокатки является пластическая деформация исходной заготовки с поперечным сечением, являющимся близким к квадратному, между двумя приводными рабочими валками, имеющим гладкие бочки. Реализация данного технического решения способствует расширению сортамента готового металлопроката при одновременном снижении эксплуатационных расходов за счет уменьшения парка рабочих валков и исключения необходимости в нарезке соответствующих калибров [1–4]. Отмеченное предопределило достаточно широкое использование данного процесса на ряде сортовых станков, а также на листовых станах при производстве металлопродукции малыми партиями.

С точки зрения методов теоретического анализа процессы бескалибровой прокатки исследованы в работах [1–4] и в других. Вместе с тем, специфика условий реализации данной технологической схемы, а именно наличие трехмерного пластического течения металла со свободным уширением, свидетельствует о целесообразности количественной оценки известных зависимостей и дальнейшего развития численных математических моделей локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла.

Целью работы является совершенствование технологических режимов бескалибровой прокатки на основе развития методов их автоматизированного расчета и проектирования.

Используемая в данном случае расчетная схема интегрального очага деформации, предполагающая бескалибровую прокатку исходной заготовки толщиной  $h_0$  и шириной  $B_0$  между двумя рабочими валками радиусами  $R$ , имеющими окружные скорости вращения  $V_в$ , представлена на рис. 1, а. Помимо исходных геометрических характеристик прокатываемой заготовки известной является и ее конечная толщина  $h_1$ , обеспечиваемая соответствующей настройкой межвалкового зазора. Количественная оценка конечной ширины  $B_1$  является неизвестной вследствие неопределенности величины уширения  $\Delta B = B_1 - B_0$  с учетом трехмерного характера пластического течения металла.

Определив общую протяженность зоны пластического формоизменения  $L_{nl}$  на основе известной зависимости вида [5]:

$$L_{nl} = \sqrt{R(h_0 - h_1) - (h_0 - h_1)^2 / 4} \quad (1)$$

и осуществим ее разбиение по оси  $X$  на  $n$ -ое конечное множество  $i$ -ых элементарных объемов, имеющих порядковые номера  $i = 1 \dots n$  с началом отсчета на входе металла в рабочие валки (см. рис. 1, а). При этом шаг разбиения  $\Delta X$ , а вместе с ним и геометрические координаты начального  $X_{i1}$  и конечного  $X_{i2}$  граничных сечений каждого отдельного  $i$ -го выделенного элементарного объема соответствуют (рис. 1, б):

$$\Delta X = L_{nl} / n; \quad X_{i1} = L_{nl} - \Delta X(i - 1); \quad X_{i2} = X_{i1} - \Delta X = L_{nl} - \Delta Xi. \quad (2)$$

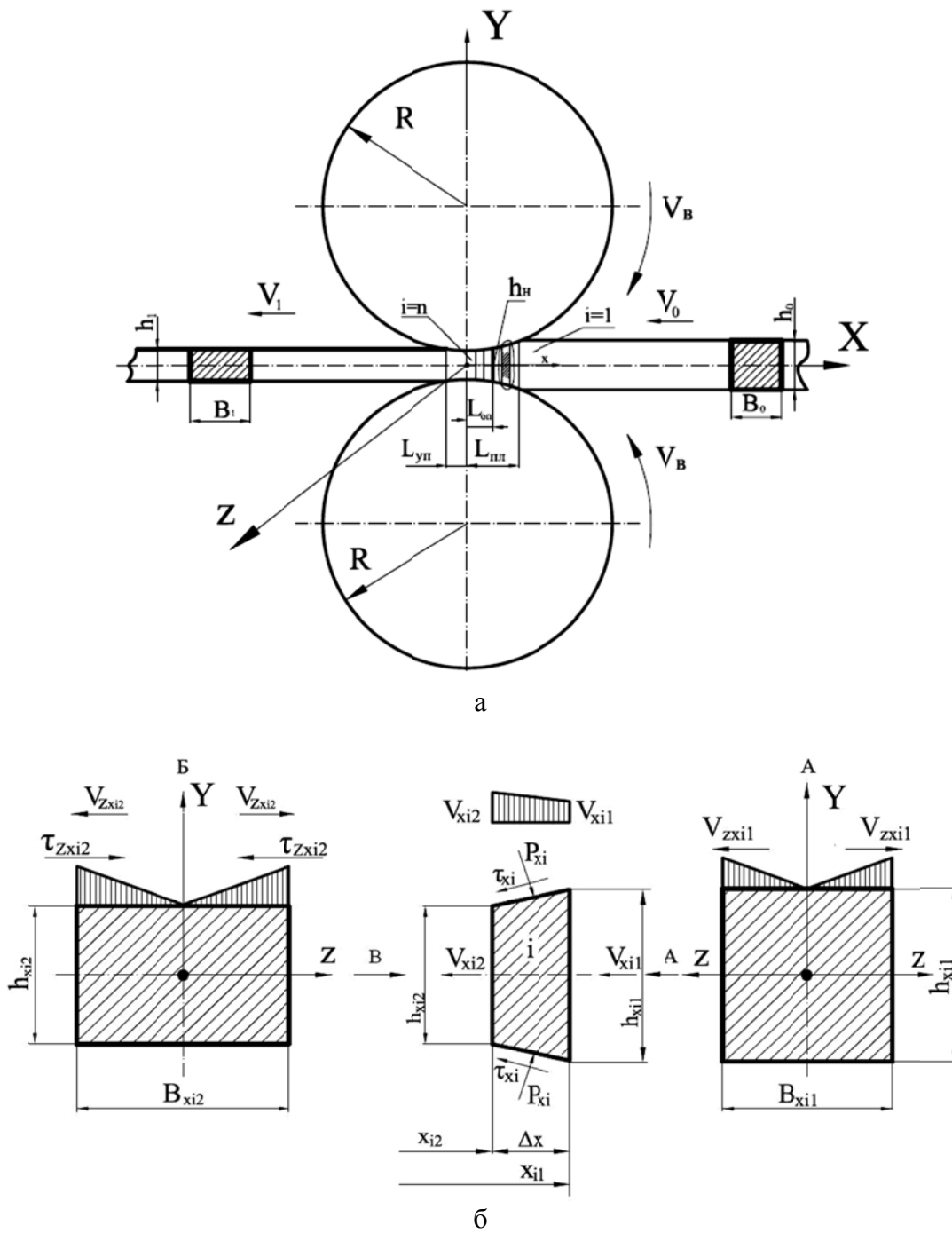


Рис. 1. Расчетная схема по расчету геометрических и энергосиловых параметров бескалибровой прокатки

С учетом известных значений геометрических координат  $X_{i1}$ ,  $X_{i2}$  и следуя параболической аппроксимации контактных поверхностей рабочих валков [5]:

$$h_x = h_1 + (h_0 - h_1)(X / L_{nl})^2, \tag{3}$$

значения толщины заготовки в начальном  $h_{xi1}$  и конечном  $h_{xi2}$  граничных сечениях каждого отдельного  $i$ -ого могут быть определены как:

$$h_{xi1} = h_1 + (h_0 - h_1)(X_{i1} / L_{nl})^2; \quad h_{xi2} = h_1 + (h_0 - h_1)(X_{i2} / L_{nl})^2, \tag{4}$$

в то время как соответствующие значения ширин  $B_{xi1}$ ,  $B_{xi2}$  являются неизвестными. С целью их определения зададимся величиной результирующей вытяжки  $\lambda_1 = h_0 B_0 / (h_1 B_1)$ , определяемой в последующем путем ее варьирования в диапазоне  $\lambda_1 = 1 \dots (h_0 / h_1)$  с критериальной оценкой по величине суммарных энергетических затрат  $N_{\partial\Sigma}$ . Считая распределения показателя вытяжки  $\lambda_x$  соответствующим распределению текущего значения толщины  $h_x$ , то есть:

$$\lambda_x = \lambda_1 / \{1 + (\lambda_1 - 1)(X / L_{nl})^2\}, \quad (5)$$

его количественные оценки  $\lambda_{xi1}$ ,  $\lambda_{xi2}$ , а вместе с этим и соответствующие значения площадей  $F_{xi1}$ ,  $F_{xi2}$  и ширин  $B_{xi1}$ ,  $B_{xi2}$  для начального и конечного граничных сечений каждого отдельного  $i$ -го элементарного объема зоны пластического формоизменения металла могут быть выражены зависимостями вида (см. рис. 1):

$$\lambda_{xi1} = \lambda_1 / \{1 + (\lambda_1 - 1)(X_{i1} / L_{nl})^2\}, \lambda_{xi2} = \lambda_1 / \{1 + (\lambda_1 - 1)(X_{i2} / L_{nl})^2\}; \quad (6)$$

$$F_{xi1} = h_0 B_0 / \lambda_{xi1}; F_{xi2} = h_0 B_0 / \lambda_{xi2}; \quad (7)$$

$$B_{xi1} = F_{xi1} / h_{xi1}; B_{xi2} = F_{xi2} / h_{xi2}. \quad (8)$$

Аналогично с учетом скорости на входе в очаг деформации  $V_0$  по отношению к скоростям продольного перемещения металла в соответствующих сечениях можно записать:

$$V_{xi1} = V_0 / \lambda_{xi1}; V_{xi2} = V_0 / \lambda_{xi2}, \quad (9)$$

и, как следствие, по отношению к времени прохождения данного элементарного объема:

$$t_{xi} = 2\Delta X / (V_{xi1} + V_{xi2}), \quad (10)$$

а также по отношению к усредненному значению скорости перемещения металла в поперечном направлении по каждой из боковых кромок (см. рис. 1, б):

$$V_{zxi} = (B_{xi2} - B_{xi1}) / (4t_{xi}). \quad (11)$$

С учетом главных логарифмических деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{yxi} = \ln(h_{xi2} / h_{xi1}); \dot{\varepsilon}_{xxi} = \ln(F_{xi1} / F_{xi2}); \dot{\varepsilon}_{zxi} = \ln(B_{xi2} / B_{xi1}), \quad (12)$$

при котором выполняется условие сохранения объема:

$$\dot{\varepsilon}_{yxi} + \dot{\varepsilon}_{xxi} + \dot{\varepsilon}_{zxi} = \ln[(h_{xi2} h_{xi1} B_{xi1} B_{xi2}) / (h_{xi1} h_{xi2} B_{xi2} B_{xi1})] = 0. \quad (13)$$

Определим показатель интенсивности деформаций [6]:

$$\varepsilon_{uxi} = (\sqrt{2} / 3) \sqrt{(\dot{\varepsilon}_{yxi} - \dot{\varepsilon}_{zxi})^2 + (\dot{\varepsilon}_{zxi} - \dot{\varepsilon}_{xxi})^2 + (\dot{\varepsilon}_{xxi} - \dot{\varepsilon}_{yxi})^2}, \quad (14)$$

исходя из чего мощность, расходуемая в рамках каждого отдельного  $i$ -го элементарного объема непосредственно на пластическое формоизменение металла, может быть определена как:

$$N_{\phi i} = \beta \sigma_{mxi} \varepsilon_{uxi} F_{xi2} \sqrt{V_{xi2}^2 + V_{zxi}^2}, \quad (15)$$

где  $\beta = 1,0 \dots 1,155$  – коэффициент Лоде, учитывающий схему напряженно-деформированного состояния [5, 6];

$\sigma_{mxi}$  – напряжения текучести металла заготовки, определяемое в зависимости от его химического состава, а также степени, скорости и температуры деформации в рамках рассматриваемого  $i$ -го элементарного объема.

С целью определения мощности относительного скольжения касательных контактных напряжений в продольном направлении  $N_{\tau xi}$  первоначально зададимся протяженностью зоны опережения  $L_{on}$  (см. рис. 1, а):

$$L_{on} = L_{nl} S_L, \quad (16)$$

с учетом чего толщина  $h_n$  и показатель вытяжки  $\lambda_n$  заготовки в нейтральном сечении очага деформации согласно (3) и (5) соответствуют:

$$h_n = h_1 + (h_0 - h_1)(L_{on} / L_{nl})^2 = h_1 + (h_0 - h_1) S_L^2; \quad (17)$$

$$\lambda_n = \lambda_1 / \{1 + (\lambda_1 - 1)(L_{on} / L_{nl})^2\} = \lambda_1 / \{1 + (\lambda_1 - 1) S_L^2\}, \quad (18)$$

где  $S_L$  – условный показатель относительной протяженности зоны опережения.

Исходя из количественной оценки толщины заготовки в нейтральном сечении, для которого скорость продольного перемещения пластического формоизменения металла  $V_x$  равна окружной скорости рабочих валков  $V_g = V_0 \lambda_n$ , может быть определена скорость относительного скольжения, а вместе с этим и исходная величина мощности  $N_{\tau xi}$ , расходуемой в рамках каждого отдельного  $i$ -ого элементарного объема:

$$N_{\tau xi} = \beta \sigma_{mxi} \mu_{xi} (B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X \{V_0 \lambda_n - 0,5(V_{xi1} + V_{xi2})\}, \quad (19)$$

где  $\mu_{xi}$  – текущее значение коэффициента пластического трения, характеризующего согласно закону Зибеля [6] величину касательных контактных напряжений, действующих в продольном направлении, как  $\tau_x = \beta \sigma_{mx} \mu_x$ .

Аналогично и по отношению к мощности относительного скольжения касательных контактных напряжений в поперечном направлении:

$$N_{\tau zi} = \beta \sigma_{mxi} \mu_{zi} (B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X V_{zxi}, \quad (20)$$

где  $\mu_z$  – коэффициент, характеризующий, как и в случае  $\mu_x$ , величину касательных контактных напряжений, действующих в поперечном направлении  $\tau_{zx} = \beta \sigma_{mx} \mu_z$ .

С учетом (15), (19) и (20) суммарная мощность, расходуемая на пластическую деформацию металла в рамках каждого отдельного  $i$ -ого элементарного объема равна:

$$N_{\partial i} = N_{\phi i} + N_{x i} + N_{z i}, \quad (21)$$

а, исходя из принятой схемы разбиения (см. рис. 1), суммарная мощность, расходуемая на деформацию всей заготовки, соответствует:

$$N_{\partial \Sigma} = \sum_{i=1}^n N_{\partial i}. \quad (22)$$

Здесь следует указать на то, что исходя из условия равенства мощностей внутренних и внешних сил [6] количественная оценка  $N_{\partial \Sigma}$  должна соответствовать суммарной мощности, подводимой рабочими валками  $N_{\epsilon \Sigma}$ , определяемой следуя используемой схеме решения как:

$$N_{\epsilon \Sigma} = \sum_{i=1}^{i_n} \beta \sigma_{mxi} \mu_{xi} (B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X V_0 h_0 / h_n - \sum_{i=i_n+1}^n \beta \sigma_{mxi} \mu_{xi} (B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X V_0 h_0 / h_n, \quad (23)$$

где первая составляющая соответствует мощности, подводимой рабочими валками в зоне отстаивания, а вторая – отводимой рабочими валками в зоне опережения;

$i_n$  – порядковый номер элементарного объема, которому принадлежит нейтральное сечение, то есть порядковый номер элементарного объема, для которого одновременно выполняются условия:

$$X_{i1}|_{i=i_n} \geq L_{on} = S_L L_{nl}; \quad X_{i2}|_{i=i_n} < L_{on} = S_L L_{nl}. \quad (24)$$

Обеспечение равенства  $N_{\partial \Sigma} \approx N_{\epsilon \Sigma}$  осуществляли на основе организации итерационной процедуры по определению показателя относительной протяженности зоны опережения  $S_L = L_{on} / L_{nl}$  исходя из схемы предполагающего использования метода целенаправленного перебора вариантов с переменным шагом:

$$S_{L(t+1)} = S_{Lt} + A_s \text{sign}(N_{\epsilon \Sigma} - N_{\partial \Sigma}), \quad (25)$$

где  $t$  – порядковый номер очередного цикла данной итерационной процедуры решения;

$A_s$  – шаг изменения показателя относительной протяженности зоны опережения  $S_L$ , величина которого была принята переменной в зависимости от степени приближения к искомому результату;

$\text{sign}(N_{\epsilon \Sigma} - N_{\partial \Sigma})$  – функция знака, соответствующая:

$$\text{sign}(N_{\epsilon \Sigma} - N_{\partial \Sigma}) = \begin{cases} +1 & \text{при } N_{\epsilon \Sigma} > N_{\partial \Sigma}; \\ 0 & \text{при } N_{\epsilon \Sigma} \approx N_{\partial \Sigma}; \\ -1 & \text{при } N_{\epsilon \Sigma} < N_{\partial \Sigma}. \end{cases}$$

И, наконец, следуя вариационным принципам [6], окончательное решение по автоматизированному расчету деформированного состояния металла при бескалибровой прокатке осуществляли путем определения результирующей вытяжки  $\lambda_1$ , соответствующей минимальному значению мощности  $N_{\partial \Sigma}$ . Используя по аналогии с (25) метод целенаправленного перебора вариантов организацию дополнительного внешнего контура итерационной процедуры решения производили по схеме:

$$\lambda_{1(k+1)} = \lambda_{1k} + A_\lambda \text{sign}[N_{\partial\Sigma}(k-1) - N_{\partial\Sigma}k], \quad (26)$$

где  $k$  – порядковый номер очередного цикла внешнего контура итерационной процедуры решения;

$A_\lambda$  – шаг изменения количественной оценки величины результирующей вытяжки;

$\text{sign}[N_{\partial\Sigma}k - N_{\partial\Sigma(k-1)}]$  – функция знака, соответствующая:

$$\text{sign}[N_{\partial\Sigma}k - N_{\partial\Sigma(k-1)}] = \begin{cases} +1 & \text{при } N_{\partial\Sigma(k-1)} > N_{\partial\Sigma}k; \\ 0 & \text{при } N_{\partial\Sigma(k-1)} \approx N_{\partial\Sigma}k; \\ -1 & \text{при } N_{\partial\Sigma(k-1)} < N_{\partial\Sigma}k. \end{cases}$$

В качестве начального условия при организации итерационного решения (26) использовали  $\lambda_{1(k+1)}|_{k=1} = 1,0$ , а весь диапазон варьирования соответствовал, как уже было отмечено ранее,  $\lambda_1 = 1,0 \dots (h_0 / h_1)$ .

По мере определения основных показателей пластически деформированного состояния прокатываемой заготовки, соответствующего минимуму суммарной мощности  $N_{\partial\Sigma}$ , производили расчет и напряженного состояния металла, определяя первоначально силу  $P_i$ , действующую в рамках каждого  $i$ -го элементарного объема со стороны рабочих валков. В частности, исходя из условия равенства мощностей внутренних и внешних сил, можно записать:

$$N_{\partial i} = P_i (h_{xi1} - h_{xi2}) / t_{xi}, \quad (27)$$

откуда по отношению к распределению сил:

$$P_i = N_{\partial i} t_{xi} / (h_{xi1} - h_{xi2}), \quad (28)$$

а по отношению к среднеинтегральному по длине зоны пластического формоизменения значению нормальных контактных напряжений  $p_c$  можно записать:

$$p_c = \sum_{i=1}^n P_i / [\sum_{i=1}^n 0,5(B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X]. \quad (29)$$

С учетом известного значения  $p_c$ , следуя методике работы [4], может быть определена общая протяженность зоны пластического формоизменения  $L_{nлс}$  с учетом упругого сплющивания рабочих валков и величины их радиуса  $R_c$  в упруго-деформированном состоянии:

$$L_{nлс} = \sqrt{R(h_0 - h_1) - (h_0 - h_1)^2 / 4 + X_L^2} + X_L; \quad (30)$$

$$R_c = \{L_{nлс}^2 + (h_0 - h_1)^2 / 4\} / (h_0 - h_1), \quad (31)$$

где  $X_L = 8Rp_c(1 - \omega_\epsilon^2) / (\pi E_\epsilon)$  – вспомогательная переменная, используемая для упрощения аналитической формы записи [4];

$\omega_\epsilon, E_\epsilon$  – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала рабочих валков.

При этом, вследствие наличия функциональной взаимосвязи  $P_c = F(L_{nлс}, \dots)$  и  $L_{nлс} = F(P_c, \dots)$  непосредственное решение уравнений (29)–(31), как и в случае традиционных схем продольной прокатки [5], производили путем организации дополнительной итерационной процедуры с критериальной оценкой по относительному приращению протяженности зоны пластического формоизменения в предыдущем и последующем циклах расчета.

И, наконец, с учетом известной силовой характеристики  $P_i|_{i=n}$  для последнего  $i = n$  элементарного объема могут быть определены величина упругого сплющивания прокатываемой заготовки  $\delta h_1$  в сечении на выходе из зоны пластического формоизменения, а вместе с этим и протяженность зоны ее упругого восстановления  $L_{yn}$  (см. рис. 1, а):

$$\delta h_1 = h_1 P_i|_{i=n} (1 - \omega_M^2) / \{0,5(B_{xi1}|_{i=n} + B_{xi2}|_{i=n}) \Delta X E_M\}; \quad (32)$$

$$L_{yn} = \sqrt{R_c \delta h_1 - \delta h_1^2 / 4}, \quad (33)$$

где  $\omega_M, E_M$  – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала прокатываемой заготовки.

Предполагая параболическую аппроксимацию распределений нормальных контактных напряжений по длине зоны упругого восстановления величину силы процесса бескалибровой прокатки можно определить как:

$$P = \sum_{i=1}^n P_i + (2/3) P_i|_{i=n} L_{yn} / \Delta x. \quad (34)$$

Аналогично, то есть путем численного интегрирования касательных контактных напряжений могут быть определены и моменты прокатки на каждом из рабочих валков:

$$M_1 = \left\{ \left[ \sum_{i=1}^{i_n} \beta \sigma_{mxi} \mu_{xi} (B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X - \sum_{i=i_n+1}^n \beta \sigma_{mxi} \mu_{xi} (B_{xi1} + B_{xi2}) \Delta X \right] \right\} R / 2. \quad (35)$$

В целом зависимости (1)–(35) в сочетании с подпрограммой расчета текущих значений текучести  $\sigma_{mxi}$  составили полный алгоритм по автоматизированному расчету процесса бескалибровой прокатки. В качестве примера результатов численной реализации полученных в этом случае программных средств в табл. 1 представлены расчетные значения конечной ширины  $b_{1\delta}$  и коэффициента напряженного состояния металла  $n_{\sigma\delta}$ . Кроме того, в данной таблице с целью критериальной оценки представлены экспериментальные значения конечной ширины  $b_{1\delta}$ , значения конечной ширины, полученное по формулам Чекмарева  $b_{1\psi}$ , и Бахтинова  $b_{1B}$  [1], а также значения коэффициента напряженного состояния металла, полученные в соответствии с методиками Потапкина  $n_{\sigma\Pi}$  и Бровмана  $n_{\sigmaБ}$  [7]. Данные расчеты были проведены применительно к бескалибровой прокатке на стане  $100 \times 100$  свинцовых образцов с исходным поперечным сечением  $10 \times 10$ .

Анализ полученных результатов (см. табл. 1) свидетельствует о достаточной степени достоверности рассмотренной численной математической модели с точки зрения прогнозирования и результирующих геометрических характеристик, и энергосиловых параметров, что подтверждает возможность использования данного теоретического решения применительно к автоматизированному проектированию и совершенствованию технологических режимов процесса бескалибровой прокатки.

Таблица 1

Расчетные значения конечной ширины  $b_1$  и коэффициента напряженного состояния металла  $n_\sigma$ , полученные с использованием различных методик

$h_0$ , мм	$b_0$ , мм	$h_1$ , мм	$b_{1Э}$ , мм	$b_{1Ч}$ , мм	$b_{1Б}$ , мм	$b_{1Q}$ , мм	$b_{1В}$ , мм	$n_{\sigma П}$ , МПа	$n_{\sigma Б}$ , МПа	$n_{\sigma в}$ , МПа
10	10	9	10,20	10,32	10,31	10,38	10,48	1,03	1,05	1,04
10	10	8	10,75	11,01	10,75	10,66	11,06	1,02	1,01	1,07
10	10	7	11,35	11,90	11,20	11,30	11,81	1,09	1,07	1,11
10	10	6	12,40	13,33	11,64	12,85	12,72	1,154	1,17	1,15

### ВЫВОДЫ

На основе энергетического метода решения в его вариационной постановке разработана численная математическая модель текущих и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла при бескалибровой прокатке, отличительными особенностями которой являются учет реального характера распределений геометрических показателей пластического формоизменения, количественная оценка зоны опережения, учет упругого сплющивания рабочих валков и заготовки, а также обеспечение возможности учета реального характера распределений геометрических параметров, механических свойств и условий внешнего контактного трения по длине и ширине очага деформации. Достаточная степень достоверности полученных теоретических решений подтверждена экспериментально, а также путем сопоставления с другими методами расчета.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Прокатка и калибровка фасонных профилей: справочник* / Б. М. Илюкович, И. П. Шулаев, В. Д. Есипов, С. Е. Меркурьев. – М.: Металлургия, 1989. – 312 с.
2. *Бескалибровая прокатка сортовых профилей* / Л. Е. Кандауров, Б. А. Никифоров, А. А. Морозов [и др.]. – Магнитогорск: Магнитогорский дом печати, 1998. – 128 с.
3. *Математическое моделирование на основе метода нижней оценки напряженно-деформированного состояния при вторичной прокатке относительно толстых полиметаллических листовых композиций* / В. Ф. Потапкин, В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, А. А. Сатонин // *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії: зб. наук. праць*. – Краматорськ: ДДМА, 2005. – Вип. 1. – С. 19–23.
4. *Кандауров Л. Е. Рациональные режимы бескалибровой прокатки* / Л. Е. Кандауров, Б. А. Никифоров, А. К. Белан // *Известия вузов. Черная металлургия*. – 1996. – № 11. – С. 35–37.
5. *Целиков А. И. Теория продольной прокатки* / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М.: Металлургия, 1980. – 320 с.
6. *Теория обработки металлов давлением: учебник для вузов* / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
7. *Коновалов Ю. В. Расчет параметров листовой прокатки: справочник* / Ю. В. Коновалов, А. Д. Остапенко, В. Н. Пономарев. – М.: Металлургия, 1986. – 430 с.

Сатонин А. В. – д-р техн. наук, проф. кафедры АММ ДГМА;

Иванов А. А. – ассистент кафедры АММ ДГМА;

Чуруканов А. С. – ассистент кафедры АММ ДГМА;

Горецкий Ю. В. – ст. преп. ВНУ.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

ВНУ – Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля, г. Луганск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 21.12.2011 г.